



16

Statische Berechnung

- 16.1 Allgemeines
- 16.2 Belastungen
- 16.3 Berechnung
- 16.4 Schnittkräfte
- 16.5 Verformungen
- 16.6 Spannungen
- 16.7 Deformationen
- 16.8 Sicherheiten
- 16.9 Literatur

16 Statische Berechnung

Erdüberdeckte Rohre aus duktilem Gusseisen werden nach DIN EN 1295-1 und damit in Deutschland nach dem Arbeitsblatt ATV-DVWK A 127 [4] berechnet. Für duktile Gussrohre ist es eine kombinierte Festigkeits- und Verformungsrechnung. Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass diese Rohre in den meisten Einbausituationen hohe Sicherheiten aufweisen. Darüber hinaus ergeben sich zusätzliche Sicherheitsreserven aus der plastischen Verformbarkeit dieser Rohre.

16.1 Allgemeines

Bei mechanischer Belastung antwortet ein Körper auf die mechanische Spannung σ mit einer bestimmten Verformung ε entsprechend der Gleichung

$$E = \sigma / \varepsilon \quad (16.1)$$

in der E der Elastizitätsmodul des Werkstoffs ist. Je nach Werkstoff kann sich dieser Wert im Laufe der Zeit ändern. Er wird in der Regel in einem Kurzzeitversuch ermittelt und ist mit ausreichender Sicherheit für eine Berechnung verwendbar.

Rohre müssen über ihre gesamte Betriebszeit dicht und funktionssicher bleiben. Bei ihrer Bemessung spielen neben inneren sowie äußeren Lasten auch die Betriebsbedingungen und das Werkstoffverhalten eine maßgebliche Rolle.

Das Verhältnis der tatsächlich erreichten Spannungen bzw. Verformungen zu den zulässigen Werten bezeichnet man als Sicherheit γ . Der Wert für γ richtet sich nach der Art der Beanspruchung und des Versagens, nach dem Material selbst und der aus dem Einsatz herrührenden erforderlichen Sicherheit.

16.2 Belastungen

Belastungen erdüberdeckter Rohrleitungen sind z.B.:

- Erdlasten,
- gleichmäßig verteilte Flächenlasten,
- Verkehrslasten,
- begrenzte Flächenlasten,
- Innendruck,
- Sonderlasten
(Düker/Einbau auf Stützen).

Erdlasten

Das Einbetten der Rohrleitung ist eine Teilarbeit der Ausbildung des Rohrauf-lagers und bestimmt wesentlich die Lastaufteilung und die Druckverteilung am Rohrumfang sowie die Möglichkeit der Ausbildung eines entlastend wirkenden seitlichen Erddruckes auf die Rohrleitung. Die statische Berechnung setzt im Allgemeinen voraus, dass Belastungen und Reaktion über die Rohrlänge gleichmäßig verteilt sind.

Gleichmäßig verteilte Flächenlasten

Dies können z.B. Schüttgüter sein.

Verkehrslasten

Unter Verkehrslasten versteht man nicht ständig auf die Rohrleitung wirkende Belastungen. Hierzu zählen z.B.:

- Straßenverkehrslasten,
- Eisenbahnverkehrslasten,
- Flugzeugverkehrslasten.

Innendruck

Der Innendruck ist der größte auftretende Systembetriebsdruck (MDPc bzw. MDPa). Hierzu zählt also auch der Systemprüfdruck (STP) nach der Definition in der EN 773 und EN 805.

Der Systembetriebsdruck ergibt sich aus dem statischen Druck, dem Pumpendruck und dem Druckstoßzuschlag. Die Auslegung einer Leitung erfolgt zumeist auf der Basis des Systemprüfdruckes.

16.3 Berechnung

Mit Einführung des ATV-DVWK Arbeitsblattes A 127 im Dezember 1984 ist die bis dahin übliche reine Festigkeitsrechnung (Spannungsnachweis) durch eine kombinierte Festigkeits- und Verformungsrechnung ersetzt worden, die auf den Überlegungen von Watkins basiert.

Mit dem o. a. Verfahren zur Berechnung erdüberdeckter Rohre lassen sich neben starren Rohrsystemen (biegesteif) auch solche aus verformungsfähigen Werkstoffen (biegeweich) berechnen. Bei der Berechnung wird der umgebende Boden als konstruktives und damit tragendes Element einbezogen, d. h., die Steifigkeit des Systems Rohr/Boden ist maßgebend. Auch der durch die horizontale Verformung der Rohre bedingte passive Erd- druck mit seiner abstützenden Wirkung hat Eingang in die Rechnung gefunden.

Grundlage für die Anwendung des Berechnungsverfahrens ist der in EN 1610 festgelegte Einbau der Rohrleitung, insbesondere ihre Auflagerung und Einbettung.

Weiterhin sind das ATV-DVWK Arbeitsblatt A 139, die DIN 4124 sowie die ZTV 89 zu beachten.

Die charakteristische Größe für das System Rohr/Boden ist seine Steifigkeit (Systemsteifigkeit) V_{RB} , mit welcher der Grad der Inanspruchnahme des horizontalen Bettungsreaktionsdruckes erfasst wird. Es gilt:

$$V_{RB} = \frac{8 \cdot S_o}{S_{Bh}} \quad (16.2)$$

Hierin bedeuten S_o die Rohrsteifigkeit und S_{Bh} die horizontale Bettungssteifigkeit. Letztere ist dem Steifemodul E_2 der Verfüllung proportional:

$$S_{Bh} = 0,6 \cdot \zeta \cdot E_2 \quad (16.3)$$

Der Faktor 0,6 berücksichtigt die Spannungsausbreitung im Boden unter dem horizontalen Bettungsreaktionsdruck q_h^* . Der Korrekturfaktor ζ berücksichtigt die unterschiedlichen Verformungsmoduln des Bodens neben dem Rohr (E_2) und des anstehenden Bodens neben dem Graben bzw. neben der Leitungszone (E_3) und der Grabenbreite.

Zur Erläuterung der Bedeutung der Systemsteifigkeit V_{RB} dient das **Bild 16.1**.

Unter der Wirkung der vertikalen Belastung q_v wird sich ein biegeweiches Rohr im Gegensatz zu einem biegesteifen Rohr in horizontaler Richtung verformen und somit über den „geweckten“ passiven Erd- druck Reaktionen im Boden erzeugen.

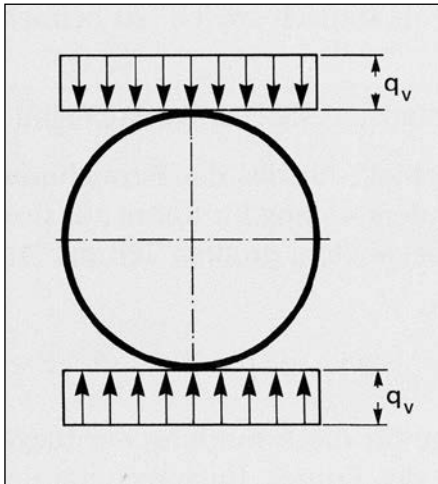


Bild 16.1:
Einfluss Belastung/Systemsteifigkeit
Bild 16.1a: Biegesteifes Rohr

Diese wirken der Deformation des Rohres entgegen. Der aus der Rohrverformung resultierende Bettungsreaktionsdruck q_h^* wird in Form einer Parabel mit dem Öffnungswinkel 120° angesetzt (**Bild 16.2**)

$$q_h^* = \frac{c_{h,qv} \cdot q_v + c_{h,qh} \cdot q_h}{V_{RR} - c_{h,qh}} \quad (16.4)$$

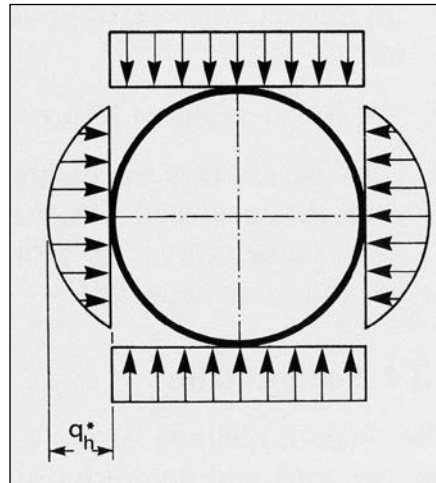
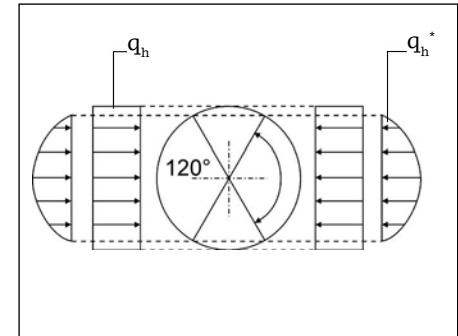


Bild 16.1b: Biegeweiches Rohr

Bild 16.2:
Bettungsreaktion biegeweicher Rohre



mit:

$$q_v = \lambda_{RG} \cdot p_E + p_V \quad (16.5)$$

$$q_h = K_2 \cdot (\lambda_B \cdot p_E + \gamma_B \cdot \frac{d_a}{2}) \quad (16.6)$$

$c_{h,qv}$ $c_{h,qh}$ c_{h,qh^*} sind Verformungsbeiwerte für Biegemomente.

Die Systemsteifigkeit Rohr/Boden

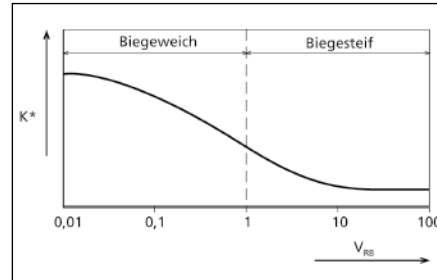
$$V_{RB} = \frac{S_R}{S_{Bh}} \frac{\text{Rohrsteifigkeit}}{\text{Bettungssteifigkeit}}$$

gibt darüber Aufschluss, wie weit sich das Rohr im Boden verformt und inwieweit Bettungsreaktionsdrücke geweckt werden. Als Grenzwert zwischen biegesteifem Verhalten, bei dem der Einfluss des Bettungsreaktionsdruckes q_h unbedeutend wird, zum biegeweichen Rohr, dessen Standsicherheit wesentlich, wenn nicht sogar ausschließlich, durch den Bettungsreaktionsdruck bestimmt wird, liegt bei $V_{RB} = 1$. Biegesteife Rohre haben demnach eine Systemsteifigkeit $V_{RB} > 1$; biege- weiche Rohre $V_{RB} < 1$ (**Bild 16.3**).

Die rechnerische Grenze zwischen biegesteifem und biegeweichem Verhalten ist im August 2000 im ATV DVWK Arbeitsblatt A 127, 3. Auflage, mit $V_{RB} = 1$ festgelegt worden [16.1]. Sie betrug bis dato $V_{RB} = 0,1$. Die neue Festlegung wurde notwendig, da immer mehr Rohre unterschiedlicher Werkstoffe bei Berechnungen in den „Grenzbereich“ fielen. Beispielsweise liegen für Rohre aus duktilem Gusseisen die sich rechnerisch

Bild 16.3:

Zur Erläuterung des Begriff der Systemsteifigkeit



ergebenden Werte für V_{RB} größtenteils zwischen 0,01 und 0,99. $V_{RB} = 1$ ist eine eindeutige Grenze. Damit ist geregelt, dass Rohre aus duktilem Gusseisen rechnerisch den biegeweichen Rohren zuzuordnen sind und damit grundsätzlich ein Verformungsnachweis zu führen ist.

Tipp:

Ist das im Erdreich eingebettete Rohr steifer als der umgebende Boden, dann konzentriert sich der Kraftfluss auf das Rohr; ist das Rohr weicher, verläuft der Kraftfluss um das Rohr herum; d.h. je steifer das Rohr, um so größer die Lastkonzentration.

Tabelle 16.1:

Beispiele für biege- weiche und biegesteife Rohre

	Spannungs- nachweis	Verformungs- nachweis
Biegeweich		
Duktiles Gusseisen	ja	ja
Stahl	ja	ja
Polypropylen	ja	ja
Polyethylen	ja	ja
Polyvinylchlorid	ja	ja
Glasfaser- verstärkter Kunststoff	ja	ja
Biegesteif		
Steinzeug	ja	Nicht maßgebend
Beton	ja	Nicht maßgebend
Grauguss	ja	Nicht maßgebend

16.4 Schnittkräfte

Die Einteilung in biegeweiche und biegesteife Rohre bildet die Grundlage für die Ermittlung der Biegemomente M und der Verformung Δd_v des Rohres. Entsprechend den Druckverteilungen am Rohrfumfang werden Biegemomente M und Normalkräfte N für äußere Lasten sowie für Eigengewicht und Wasserfüllung bestimmt.

Die Querkräfte in Ringrichtung sind vernachlässigbar klein. Die Momentenbeiwerte m und die Normalkraftbeiwerte n sind nach den Regeln der Statik zu ermitteln.

Mit den Beiwerten M und N ermittelt man die Schnittkräfte nach folgenden Gleichungen.

Vertikale Gesamtbelastung q_v :

$$M_{qv} = m_{qv} \cdot q_v \cdot r_m^2 \quad (16.7)$$

$$N_{qv} = n_{qv} \cdot q_v \cdot r_m \quad (16.8)$$

Seitendruck q_h :

$$M_{qh} = m_{qh} \cdot q_h \cdot r_m^2 \quad (16.9)$$

$$N_{qh} = n_{qh} \cdot q_h \cdot r_m \quad (16.10)$$

Horizontaler Bettungsreaktionsdruck q_h^* infolge von Erdlasten:

$$M_{qh} = m_{qh} \cdot q_h \cdot r_m^2 \quad (16.11)$$

$$N_{qh} = n_{qh} \cdot q_h \cdot r_m \quad (16.12)$$

Eigengewicht:

$$M_g = m_g \cdot \gamma_R \cdot s \cdot r_m^2 \quad (16.13)$$

$$N_g = n_g \cdot \gamma_R \cdot s \cdot r_m \quad (16.14)$$

oder

$$M_g = m'_g \cdot F_g \cdot r_m \quad (16.15)$$

$$N_g = n'_g \cdot F_g \quad (16.16)$$

mit

$$F_g = 2 \cdot r_m \cdot \pi \cdot s \cdot \gamma_R \quad (16.17)$$

Wasserfüllung:

$$M_w = m_w \cdot \gamma_w \cdot r_m^3 \quad (16.18)$$

$$N_w = n_w \cdot \gamma_w \cdot r_m^2 \quad (16.19)$$

oder

$$M_w = m_w \cdot F_w \cdot r_m \quad (16.20)$$

$$N_w = n_w \cdot F_w \quad (16.21)$$

mit

$$F_w = r_i^2 \cdot \pi \cdot \gamma_w \quad (16.22)$$

Wasserdruck:

$$M_{pw} = (p_i - p_a) \cdot r_i \cdot r_a \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{r_i \cdot r_a}{r_a^2 - r_i^2} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} \right) \quad (16.23)$$

$$N_{pw} = p_i \cdot r_i - p_a \cdot r_a \quad (16.24)$$

Tipp:

Mit geringer werdender Systemsteifigkeit, d. h. in Richtung auf das „weichere“ Rohr, werden die Momente kleiner. Das gilt besonders für duktile Gussrohre großer Nennweiten, bei denen die Systemsteifigkeit im Allgemeinen kleiner als 0,1 ist.

16.5 Verformungen

Entsprechend der Druckverteilung am Rohrumfang kann die vertikale Durchmesseränderung Δd_v infolge äußerer Lasten nach folgender Gleichung berechnet werden, wobei der geringe Einfluss der Wasserfüllung auf die Verformung vernachlässigt wird.

$$\Delta d_v = \frac{2 \cdot r_m}{8 \cdot S_o} \cdot (c_{h,qv} \cdot q_v + c_{h,qh} \cdot q_h + c_{h,gh} \cdot q_h^*) \quad (16.25)$$

dabei gilt für

$$S_o = \frac{E_R \cdot I}{d_m^3}$$

Die Gesamtbelastung des Rohres q_v setzt sich aus der mit einem Konzentrationsfaktor m multiplizierten Erdlast p und der Verkehrslast p_v zusammen.

$$q_v = m \cdot p + p_v \quad (16.26)$$

Die Lastkonzentration über dem Rohr ist Folge einer Spannungsumlagerung, die von folgenden Einflüssen abhängig ist.

- der wirksamen relativen Rohrausladung

$$a' = a \cdot \frac{E_1}{E_2} > 0,25$$

- der relativen Überdeckung h/d_a
- dem Steifigkeitsverhältnis

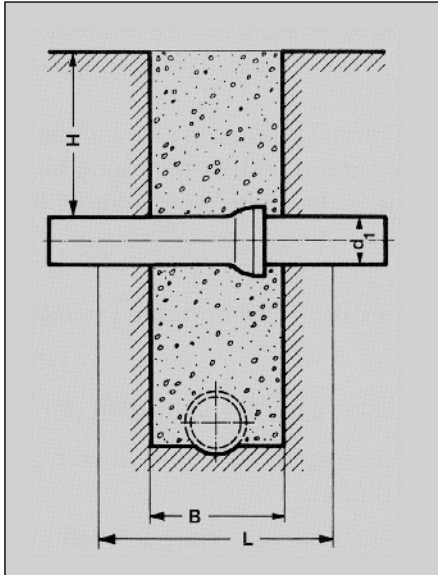
$$V_s = \frac{S_R}{[C \cdot v] \cdot S_{BV}}$$

- der relativen Grabenbreite b/d_a

In einigen Fällen werden Rohre zusätzlich mit Biegung in Längsrichtung belastet, wie z. B. bei:

- Untergraben einer bereits eingebauten Leitung; Belastung durch Erd- und Verkehrslast über dem freigelegten Rohr (**Bild 16.4**),
- Bodensetzung; Belastung des Rohres dadurch, dass es die Bodenbewegung mitmachen muss (**Bild 16.5**).

Bild 16.4:
Belastung des Rohres durch
Erd- und Verkehrslast



Hier sind gesonderte Überlegungen notwendig:
Zunächst soll einmal abgeschätzt werden, welche Nennweiten mehr durch Biegung und welche mehr durch Scheitelbelastung gefährdet sind. Für den Belastungsfall nach **Bild 16.4** ergibt sich die maximale Biegebeanspruchung σ_b zu

$$\sigma_b = \frac{P \cdot b \cdot l}{8 \cdot W} \quad (16.27)$$

während sich bei gleicher äußerer Belastung P die Scheitelspannung σ_s wie folgt errechnet.

$$\sigma_s = 0,375 \cdot \frac{P \cdot d_m}{s^2} \quad (16.28)$$

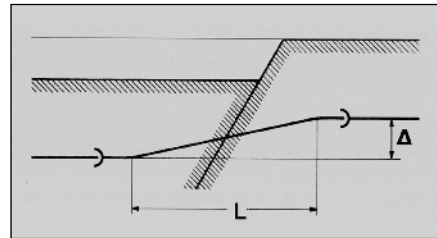


Bild 16.5:
Belastung des Rohres durch Bodensenkung

Durch Umformen des Widerstandsmomentes W und Gleichsetzen von σ_s und σ_b erhält man eine Grenznennweite DN_{Gr} , die beide „Gefährdungsbereiche“ voneinander trennt.

$$DN_{Gr} = 0,7 \cdot \sqrt[3]{B \cdot l \cdot s} \quad (16.29)$$

Für $B = 1.200 \text{ mm}$ und $l = 1.600 \text{ mm}$ wird

$$DN_{Gr} = 90 \cdot \sqrt[3]{s} \quad (s \text{ in mm}) \quad (16.30)$$

Im folgenden Fall soll auf „Bodensenkungen“ eingegangen werden (**Bild 16.5**).

Die Bodensenkung ist definiert durch den Sprung Δ und ihre Einflusslänge L. An der Stelle des größten Momentes ergibt sich eine Biegespannung σ_b im Rohr zu.

$$\sigma_b = 3 \cdot \frac{E \cdot d_a}{L^2} \cdot \Delta \quad (16.31)$$

Setzt man für den Quotienten σ_b/E den Wert für die Dehnung ε und löst nach Δ auf, so wird

$$\Delta = \frac{\varepsilon \cdot L^2}{3 \cdot d_a} \quad (16.32)$$

16.6 Spannungen

Die Spannungen werden aus den Belastungen nach den allgemeinen Regeln der Technik ermittelt:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \cdot \alpha_k \quad (16.33)$$

mit dem Korrekturfaktor α_k zur Berücksichtigung der Krümmung der inneren und äußeren Randfaser.

Innendruck

Bei Beanspruchung der Rohre durch den Innendruck p entstehen Spannungen in Umfangs-, Längs- und Radialrichtung.

Bei Muffenrohren (ohne längskraftschlüssige Verbindungen) sind die Spannungen in Längsrichtung gleich Null, wenn keine Biegung in Längsrichtung vorhanden ist. Die Spannungen in Umfangsrichtung errechnen sich, unter Berücksichtigung der radialen Komponente, nach der Kesselformel zu.

$$\sigma_p = \frac{p \cdot d_a}{2 \cdot s_{\min}} - \frac{P}{2} \quad (16.34)$$

Den zulässigen Betriebsdruck erhält man, wenn die Gleichung (16.34) nach p auflöst, für $d_a - s_{\min} = d_m$ setzt (d_m = mittlerer Durchmesser) und die Sicherheit γ wählt.

$$P_{zul} = \frac{2 \cdot \sigma_p \cdot s_{\min}}{\gamma \cdot d_m} \quad (16.35)$$

16.7 Deformationen

Als Folge der Biegung und der Scheitelbelastung treten an Rohren Deformationen auf. Der erste Fall wurde bereits erläutert. Die Berechnung der Deformation infolge Scheitellast geht von den oben ermittelten Belastungen aus. Nach **Kapitel 16.5** ergibt sich für die Verformung.

$$\Delta d_v = \frac{2 \cdot r_m}{8 \cdot S_o} \cdot (c_{h,qv} \cdot q_v + c_{h,qh} \cdot q_h + c_{h,qh^*} \cdot q_h^*) \quad (16.36)$$

Daraus berechnet sich die relative Durchmesseränderung in vertikaler Richtung in % zu

$$\delta_v = \frac{\Delta d_v}{2 \cdot r_m} \cdot 100 [\%] \quad (16.37)$$

16.8 Sicherheiten

Die Sicherheitsbeiwerte sind auf der Grundlage der probabilistischen Zuverlässigkeitstheorie ermittelt. Dabei werden die Streuungen der Belastbarkeit der Rohre und der Belastung berücksichtigt. Aufgrund der unterschiedlichen Streuung der Festigkeiten, Abmessungen, Steifigkeiten und Prüfmethode sowie der unterschiedlichen Inanspruchnahme der Stützfunktion des Bodens ergeben sich für verschiedene Rohrwerkstoffe bei gleicher Versagenswahrscheinlichkeit unterschiedliche Sicherheitsbeiwerte. Bei duktilem Gusseisen beträgt der Sicherheitsbeiwert $\gamma = 1,5$ unter Berücksichtigung der Gefährdung des Grundwassers, der Beeinträchtigung der Nutzung sowie der wirtschaftlichen Folgen.

Bei einem verformungsfähigen Werkstoff wie dem duktilem Gusseisen kann es sinnvoll sein, den Sicherheitsbeiwert γ mit dem Arbeitsvermögen des Materials in starkem Maße von der Dehnung ϵ beeinflusst wird, ist γ auch als Funktion von ϵ darstellbar.

Mit den entsprechenden Werten für duktile Gussrohre ergibt sich der in **Bild 16.6** gezeigte Zusammenhang für das Arbeitsvermögen [16.2].

Zurzeit wird die Überarbeitung des ATV-DVWK Arbeitsblattes A127, 3. Auflage, vorbereitet. In die Berechnungen gehen zukünftig nicht mehr die globalen Sicherheiten ein. Man unterscheidet vielmehr Teilsicherheiten der Rohre unterschiedlicher Werkstoffe und der Belastung.

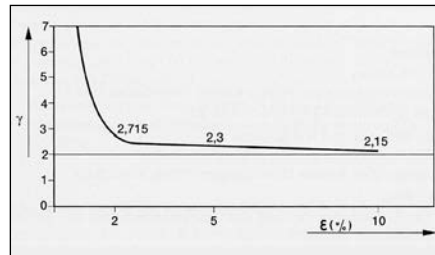


Bild 16.6: Sicherheitsbeiwert γ , auf die jeweiligen Festigkeitswerte bezogen, in Abhängigkeit von der Dehnung

16.9 Literatur

- [16.1] ATV-DVWK-A 127
Statische Berechnung von Abwasserkanälen und -leitungen, 3. Auflage, 2000-08
- [16.2] Hein, H.:
Der Einfluss der Zeit auf das Festigkeitsverhalten am Beispiel gusseiserner Rohre
FGR Information 3 (1968)
S. 28